

## Clase práctica 9 (12-9-2017)

Alejandro Nasif Salum

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 1+x & x \in [-1, 0] \\ 1-x & x \in [0, 1] \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

- a) Calcular, si existe,  $E(X)$ .
- b) Calcular, si existen,  $E(X^2)$ ,  $\text{var}(X)$  y  $E\left(\frac{1}{X}\right)$ .

2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^3} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$$

- a) Hallar el valor de  $\alpha$  de modo que  $f_X$  sea efectivamente una densidad.
- b) Calcular, si existe,  $E(X)$ .
- c) Calcular, si existe,  $\text{var}(X)$ .

3. Se dice que  $X$  tiene distribución uniforme de parámetros  $a$  y  $b$  ( $X \sim \mathcal{U}[a, b]$ ) si su distribución es continua con densidad constante en su soporte  $[a, b]$ .

- a) Hallar una función de densidad de  $X$ .
- b) Hallar  $F_X$ .
- c) Calcular, si existen,  $E(X)$  y  $\text{var}(X)$ .

4. Un cierto generador de números aleatorios devuelve números que pueden considerarse una variable aleatoria  $U \sim \mathcal{U}[0, 1]$ .

- a) Dar las funciones de densidad y de distribución de  $U$ .
- b) Calcular:
  - $P(0,2 < U \leq 0,4)$
  - $P(U = 0,5)$
  - $P(U < 0,8 | U > 0,3)$

- c) Si consideramos la variable  $V = 2U - 3$ , calcular  $E(V)$ ,  $\text{var}(V)$  y  $P(V \leq -1,5)$ .  
¿Cuál es la probabilidad de  $P(V \leq t)$  en general? ¿Qué dice eso sobre la distribución de  $V$ ? Generalizar.
- d) Calcular  $P(0 < U^2 < 0,25)$  y  $P(0,25 < U^2 < 0,5)$ . ¿Es uniforme la distribución de  $U^2$ ?
5. Si  $Z \sim N(0, 1)$ , calcular:
- $P(0,2 < Z \leq 0,4)$
  - $P(Z > -1,5)$
  - $P(1 < Z < 3 | Z > 2)$
  - $z_0$  tal que  $P(Z > z_0) = 0,95$
6. En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal con media  $23^\circ C$  y desvío estándar  $5^\circ C$ .
- ¿Cuál es la probabilidad de que un día la temperatura supere los  $27^\circ C$ ?
  - Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre  $21^\circ C$  y  $27^\circ C$ .
  - ¿Cuál es la temperatura máxima que no es superada la mitad de los días?
7. Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución  $N(\mu = 65, \sigma^2 = 208)$ . Se desea clasificar a las personas examinadas en tres grupos (nivel *bajo*, *aceptable* y *excelente*), de modo que haya en el primero un 35% de la población, un 50% de la población en el segundo grupo y en el último el 15% restante. ¿Cuáles deben ser entonces las puntuaciones que marcan el paso de un nivel al otro?